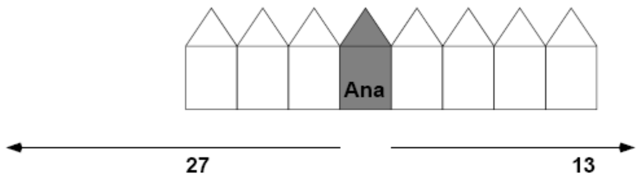
Primer Examen Selectivo XXIV OEM

Instrucciones:

- **Lea detenidamente cada pregunta y <u>subraye</u> la respuesta correcta.**
- **Recuerda que no se permite el uso de calculadoras, tablas, libros, guías, etc.**
- **La duración máxima del examen es de 3 horas.**

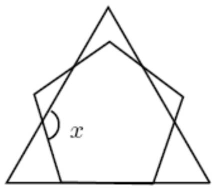
1. Ana y Pedro viven en la misma calle (sobre la misma banqueta). De un lado de la casa de Ana hay 27 casas y del otro hay 13 casas. Pedro vive en la casa que está justo en medio de la calle. ¿Cuántas casas hay entre la casa de Ana y la de Pedro (sin contar la de Ana y la de Pedro)?



a) 6 b) 7 c) 8 d) 14 e) 21

Solución 1. (a) En total son 27 + 1 + 13 = 41 casas y Pedro vive en la casa que está en la posición 21 de izquierda a derecha. Como Ana está en la posición 28, entre las dos casas hay 6 casas.

2. En la figura se muestra un triángulo equilátero y un pentágono regular. ¿Cuánto mide el ángulo x?



a) 60 b)72 c) 168 d) 12 e) 108

Solución 2. Tomando en cuenta que tenemos un pentágono regular, sabemos que cada uno de sus ángulos mide 108° y que los ángulos del triángulo equilátero miden 60°, por lo que tenemos que en el triángulo que se forma un ángulo mide 60°, otro mide 72°, entonces el ángulo que falta mide 180°-(72°+60°)=180°-132°=48°, de esta manera, el ángulo que buscamos mide 180°-48°=132°.

3. Luis, Toño y Guillermo compraron cajas de boing para la primera etapa de la 23ª OMM del DF, Luis compró cajas con 50 piezas, Toño con 45 y Guillermo con 36. Si al final los tres compraron la misma cantidad de piezas, ¿cuál es el mínimo número de cajas que compraron entre los 3?

a) 81 000 b) 5670 c) 900 d) 63 e) 81

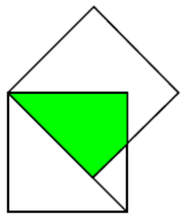
Solución 3. (c) Para que los 3 hayan comprado la misma cantidad de piezas, dicha cantidad debe ser múltiplo de 50, 45 y 36, y por buscar la mínima cantidad de cajas se obtiene el mínimo común múltiplo, para el caso de estos números, el mcm es 900, de esta manera Luis compró 18 cajas, Toño 20 y Guillermo 18.

4. A las $6{:}\,15$ un fantasma apareció y el reloj loco, que estaba mostrando la hora correcta, empezó a caminar a la velocidad correcta pero en sentido contrario. El fantasma desapareció a las $19{:}\,30$ (hora real). ¿Qué hora marcaba el reloj loco en ese momento?

a) $17{:}\,00$ b) $17{:}\,45$ c) $18{:}\,30$ d) $19{:}\,00$ e) $19{:}\,15$

Solución 4. (a) Entre las 19:30 y las 6:15 hay 13:15 horas. Doce horas después el reloj marcaría las 18:15; a esta cantidad todavía hay que restarle 1:15 horas, es decir, a las 17:00 horas.

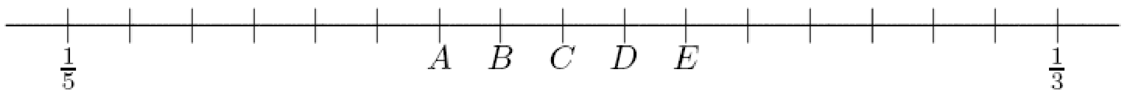
5. En la figura se muestran dos cuadrados de lado 1. ¿Cuál es el área de la región sombreada?



a) $\sqrt{2}-1$ b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ d) $\sqrt{2}+1$ e) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

Solución 5. (a) El triángulo que se forma con la diagonal del cuadrado tiene de área ½,
El triángulo pequeño mide de dos lados $\sqrt{2}-1$, y como es un triángulo rectángulo, podemos sacar su área: $\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2}$, por lo que el área verde es $\frac{1}{2}-\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2}=\frac{1-(2-2\sqrt{2}+1)}{2}=\frac{1-2+2\sqrt{2}-1}{2}=\frac{2\sqrt{2}-2}{2}=\sqrt{2}-1$

6. Las fracciones $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$ están señaladas en la recta numérica y el segmento que las une se ha dividido en 16 partes iguales. ¿En qué posición se encuentra $\frac{1}{4}$?



a) *A* b) *B* c) *C* d) *D* e) *E*

Solución 6. (a) Planteamos la siguiente ecuación, donde *x* es el número de segmentitos que debemos movernos a partir de la posición de 1/5 para llegar a 1/4:

$$\frac{1}{5}+\frac{x}{16}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{4}.$$

Multiplicamos por 80, que es 16 por 5, para obtener

$$16+5x\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)=20,$$

de donde

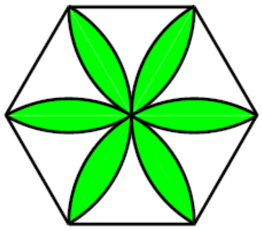
$$x\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)=\frac{4}{5}.$$

Ahora multiplicamos por 15 y obtenemos

$$(5-3)x=12,$$

y entonces $x = 6$.

7. Calcular el área sombreada del siguiente hexágono regular de lado 1.



(a) π b) $2\pi - 3\sqrt{3}$ c) $\pi - \sqrt{2}$ d) $\frac{3}{4}\pi$ e) $\pi - 2\sqrt{3}$

Solución 7. (b) Si partimos el hexágono en seis triángulos, tenemos que cada uno mide de base 1, y de lado también, entonces de altura tiene $\frac{\sqrt{3}}{2}$, de esa manera podemos sacar su área, que es $\frac{\sqrt{3}}{4}$.
Por otro lado un círculo de radio 1, tiene área π, y una sexta parte del círculo tiene área $\frac{\pi}{6}$, restándole el área del triángulo tenemos que la mitad de cada sección verde mide $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$, y cada área verde mide $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$, y como son 6 áreas verdes tenemos que el área verde mide $6\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\pi - 3\sqrt{3}$

8. ¿De cuántas formas se puede colorear un tablero de 3×3, si cada cuadrito se debe colorear con uno de los colores azul, blanco o café y además en cada columna y en cada renglón deben estar los tres colores?

   a) 12 b) 14 c) 16 d) 20 e) 18

Solución 8. **(a)** Como se trata de una agrupación donde figuran todos los elementos disponibles, importando su orden de colocación, entonces se trata de un problema de permutaciones, de esta manera aplicamos la regla de la multiplicación: 3!*2!*1!=12.

9. Un número de 8036 cifras, se forma "juntando" 2009 veces el número 2009 $\left(\underbrace{20092009...2009}_{2009\, veces\ el\ 2009}\right)$.

   ¿Cuál es el menor número, mayor a 1, que es divisor de él, es decir, que al dividirlo entre él deja residuo cero?

   a) 3 b) 7 c) 11 d) 41 e) 2009

Solución 9. (b) El 2009 es divisor de $N = \underbrace{20092009...2009}_{2009\, veces\ el\ 2009}$, y $2009 = 7 \times 7 \times 41$. Por lo cual el 7 es un divisor de 2009 y, en consecuencia de *N*.

¿Habrá un número mayor a 1 y menor a 7 que sea divisor de *N*? Veamos:

El 2, 4 y 6 no pueden ser divisores de *N* ya que *N* es impar.

La suma de las cifras de *N* es $11 \times 2009 = 22099$ el cual no es múltiplo de tres ya que la suma de sus cifras es 22, que no es múltiplo de 3, por lo cual *N* no es múltiplo de 3.

N tampoco es múltiplo de 5, por no terminar en 5 ni en 0.

Por lo tanto, el menor número mayor a 1, que es divisor de *N* es el 7.

10. A Juan Séptimo le gusta mucho el número siete. Todos los domingos se junta con sus amigos y lleva dulces. Si el número de dulces que lleva es múltiplo de 7, reparte los dulces entre sus 6 amigos y él, quedándose con una parte. Si el número de dulces no es múltiplo de 7 y es par va a la tienda y compra 7 dulces y guarda todo para el próximo domingo. Por último, si el número no es múltiplo de 7 y es impar, compra 6 veces la cantidad de dulces que tiene mas otros 5, y los guarda. Si después de 2 domingos de reunirse con sus amigos, se da cuenta que tiene 41 dulces. ¿Cuántos tenía inicialmente?

a)2009 b)6 c)287 d)1500 e) 36

Solución 10. (a) Sea x el número de dulces que tiene en este momento, en el caso que x no sea múltiplo de 7, las posibilidades es que terminando ese domingo tenga x + 7 dulces o 7x + 5, el primero si es impar y el segundo si es par, en el primer caso, el número obtenido después de ese domingo sería un par, por lo cual, si en este momento tiene 41 dulces no puede venir de comprar 7 dulces, entonces podría venir de de comprar 6 veces los dulces que tiene mas 5, en este caso, tendríamos que obtener x, pero no es posible, pues x = (41-5)/7, no es entero, por lo cual, la única posibilidad que queda es que venga de repartir dulces y quedarse con una parte, en este caso hasta después del primer domingo tenía x = 41·7=287. Haciendo exactamente este mismo análisis tenemos que antes del primer domingo debería haber tenido 287·7=2009 dulces.