XXIV Olimpiada Estatal de Matemáticas

Universidad Autónoma de Zacatecas
"Francisco García Salinas"
Unidad Académica de Matemáticas

Datos del estudiante

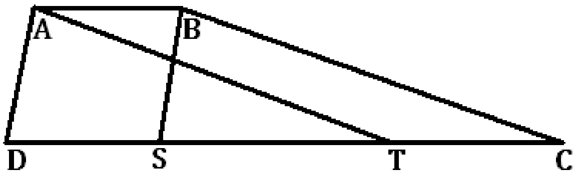
Nombre Completo:	
Escuela:	
Semestre o año que cursas:	

Instrucciones generales:

- **Tienes 3 horas para resolver el examen. Lee con cuidado cada problema, tienes 40 minutos para preguntar dudas por escrito.**
- **Utiliza hojas independientes para cada problema, escribiendo en la parte superior de cada hoja tu nombre y el número del problema. Entrega todas las hojas en las que hayas realizado tus cuentas y ordénalas por problema.**
- **Sólo utiliza tu lápiz o bolígrafo, regla y/o compás, apaga celular y alarmas, no se permite uso de calculadoras ni tablas.**
- **Cada problema tiene un valor de 7 puntos.**

Problema 1. Sean a, b y c números tales que $0 < a, b, c \leq 1$. Prueba que $\frac{1}{2+3a} + \frac{2}{2+3b} + \frac{3}{2+3c} \geq \frac{6}{5}$.

Problema 2. En el trapecio $ABCD$, AB es paralela a DC y $AD \neq BC$, los puntos S y T han sido trazados en DC, de modo que BS es paralela a AD y AT es paralela BC, prueba que $DT = SC$ y que las áreas de los triángulos ΔADT y ΔBSC son iguales.

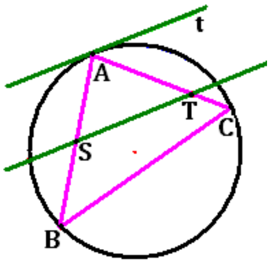


Problema 3. Se tienen dos pistas de carreras cuadradas, una cuyos lados miden 150 metros y la otra cuyos lados miden 100 metros. Se quiere correr algunas vueltas completas en la primera pista y algunas vueltas completas en la segunda para recorrer un total de 5.4 kilómetros. ¿Cuál es el máximo número de vueltas completas que se pueden dar si se quiere cumplir estas condiciones?

Problema 4. Se llena una tabla compuesta por p filas y q columnas con los números naturales desde el 1 hasta el pq. Los números se escriben en orden ascendente de izquierda a derecha a lo largo de la primera fila, luego, en orden ascendente a lo largo de la segunda fila y así sucesivamente. El número 20 se encuentra en la tercera fila, el número 41 en la quinta fila y el número 103 en la última fila. Encuentra $p + q$.

Problema 5.Encuentra todos los conjuntos de cuatro números naturales a, b, c, d en orden estrictamente creciente, es decir $a < b < c < d$, los cuales cumplen que $2^a - 2^b - 2^c + 2^d = 2010$.

Problema 6. Sea t tangente a la circunferencia circunscrita del triángulo ΔABC en A y ST es paralela a t con $S \in AB$ y $T \in AC$. Prueba que $< ACB$ y $< BST$ son suplementarios.



¡Ya eres un ganador! Siéntete bienvenido y te deseamos éxito.